Anais do I Congresso de Dinâmica, Controle e Aplicações, Vol. 1,(2002), 777-782.
Editado por J. M. Balthazar, M. Boaventura, G. N. Silva e M. Tsuchida
Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional - SBMAC

O EFEITO DO ARRASTO DE POYNTING-ROBERTSON EM PARTÍCULAS QUE ORBITAM A TERRA

Cláudia Celeste Celestino
INPE – Departamento de Mecânica e Controle, C.P. 515, CEP 12201-970, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: claudia@feg.unesp.br
Othon Cabo Winter
UNESP- FEG – Departamento de Matemática, C.P. 205, CEP 12516-410 - Guaratinguetá, SP, Brasil. E-mail: ocwinter@feg.unesp.br
Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado
INPE – Departamento de Mecânica e Controle, C.P. 515, CEP 12201-970, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: prado@dem.inpe.br

Resumo: Neste trabalho é apresentada a evolução orbital de partículas de meteoróides ou restos orbitais que orbitam ao redor da Terra sujeitas a perturbação do arrasto de Poynting-Robertson. A evolução do semi-eixo maior pode ser dividida em três componentes: variação secular, variação de curto e longo período. A variação secular é responsável pelo decaimento orbital da partícula, enquanto a variação de curto período provoca um comportamento oscilatório para a variação do semi-eixo maior. A variação de longo período ocorre ao longo do período orbital da Terra.

1 – Introdução

A exploração e a utilização do ambiente de satélites em órbitas ao redor da Terra tornou-se algo relevante ao avanço tecnológico nas últimas décadas, mostrando-se de suma importância o conhecimento do fluxo e da dinâmica de partículas de meteoróides e restos orbitais que possam afetar o desempenho adequado de missões espaciais (satélites, sondas, ônibus espacial, etc...). A importância do estudo da dinâmica destas partículas é que sua detecção e o seu acompanhamento tornam-se muito difícil. Com isso a colisão pode ocorrer e, desta forma, danificar ou comprometer uma missão espacial.

Ao considerar objetos da ordem de mm o número de partículas pode chegar a 150.000. Dentre alguns estudos, analíticos e numéricos, desenvolvidos para explicar a dinâmica de pequenas partículas ao redor de outros corpos celestes pode-se citar: *Hamilton* (1993) [3] - aplicou a teoria de perturbação para o movimento planetário de partículas de micrometros do anel E de Saturno sujeitas a forças gravitacional, eletromagnéticas e pressão de radiação. Ele mostrou analiticamente que o peculiar fechamento do pericêntro no plano equatorial é causado por pequenas forças verticais provindas da pressão de radiação e do campo quadrupolar alinhado de Saturno. *Hamilton & Burns.* (1992) [4] – determinou que a pressão de radiação é o mais eficiente mecanismo para remover relativamente pequenas partículas da zona circumasteroidal. Ele sugeriu que a pressão de radiação atuando em uma partícula pode causar grandes oscilações na excentricidade orbital desta partícula a qual pode ser conduzida a escapar do sistema solar ou colidir com os asteróides. *Weidenschilling & Jackson.* (1993) [6] – examinaram as condições para que uma partícula seja capturada em ressonância utilizando o problema circular, restrito de três

- corpos para partículas decaindo devido ao efeito de Poynting-Robertson. Eles sugeriram critérios para que esta partícula seja capturada em ressonância em termos do fator de pressão de radiação β, massa do planeta, localização da ressonância e a excentricidade orbital da partícula. *Alexander et al.* (1998) [1] – criou um modelo da dinâmica e da evolução física para partículas da nuvem corona da região solar. Neste modelo foram consideradas as seguintes perturbações: a gravidade solar, pressão de radiação, força de Poynting-Robertson, sublimação e força de Lorentz.

No presente trabalho, o objetivo foi estudar a dinâmica de partículas da ordem de mm provenientes de restos orbitais e meteoróides ao redor da Terra sujeitas às perturbações devido ao arrasto de Poynting-Robertson, pois, como se sabe, as ondas eletromagnéticas originárias do Sol transportam energia transferindo momento linear a estas minúsculas partículas. Então, com esta transferência de momento linear a órbita destas partículas é alterada. Portanto, uma partícula que orbita o Sistema Solar sofre, além da ação gravitacional dos corpos próximos, a pressão de radiação. O arrasto de Poynting-Robertson ocorre devido à colisão dos fótons emitidos pelo Sol na partícula, sendo que a partícula absorve esta energia e como esta não está parada sua re-emissão não é isotrópica. Desta forma, para manter o momento linear do sistema constante a partícula sofre um arrasto. A este arrasto dá-se o nome de arrasto de Poynting-Robertson.

2 – Sistema de Referência: Órbitas Planetocêntricas

Ao considerar partículas no sistema planetocêntrico tem-se que a força que atua na partícula devido ao arrasto de Poynting-Robertson depende da velocidade da partícula ao redor do planeta e da velocidade do planeta ao redor do Sol. Com isso, pode-se obter a equação da força devido ao arrasto de Poynting-Robertson, sendo [2]:

$$\vec{F}_{P-R} = -\left(SA/c^2\right)Q_{pr}\left[\left(\dot{\vec{r}}\cdot\hat{S}\right)\hat{S} + \dot{\vec{r}} + \vec{v}_{\oplus}\right] \tag{2.1}$$

em que $\dot{\vec{r}}$ é a velocidade da partícula ao redor do planeta, $\vec{v}_{\oplus}$ é a velocidade do planeta ao redor do Sol, S é a intensidade do fluxo solar, A é a área da seção de choque da partícula atingida pelo fluxo solar, c é a velocidade da luz e Q_{pr} é o coeficiente de pressão de radiação.

3 – Resultados Numéricos

A simulação do decaimento foi obtida considerando, inicialmente, partículas de tamanho de $0{,}01\,mm$, onde o efeito do arrasto de Poynting-Robertson acontece em uma escala de tempo menor, semi eixo maior de $42.240\ km$, excentricidade nula e o tempo de integração para um período orbital do Sol. Esta figura é apresentada em termos das componentes (x, y). É possível observar que ocorre o decaimento orbital da partícula como já era previsto na literatura. Note que em algumas regiões, nesta figura, ocorre a sobreposição na órbita da partícula, ou seja, a partícula passa por estas regiões um número maior de vezes. Este comportamento é similar para outras condições iniciais, então, ao se

considerar uma nuvem de partículas tem-se que devido ao efeito de Poynting-Robertson existem regiões com maior ou menor densidade de partículas num dado instante. Com isso, o arrasto de Poynting-Robertson define estruturas na evolução orbital. Para os demais resultados numéricos apresentados foram considerados um tamanho de partícula de $5{,}0\,mm$, semi-eixo maior inicial de $42.240\,km$, tempo de integração de cinco períodos orbitais e excentricidade nula.

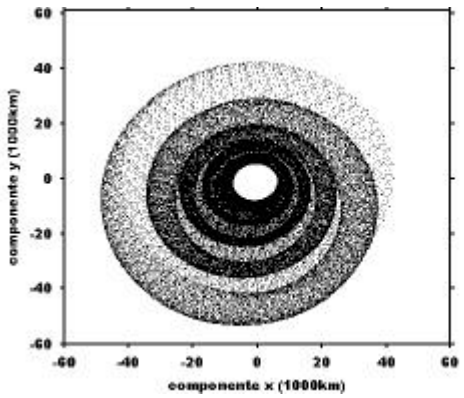

Figura 3.1 - *Simulação da órbita da partícula em termos das componentes* (x, y). *A partícula está sujeita ao arrasto de Poynting-Robertson. Nesta figura é possível observar que ocorre o decaimento orbital da partícula como previsto na literatura. O semi-eixo maior inicial considerado foi de 42.240* km.

Para analisar o comportamento da variação do semi-eixo maior ao longo do tempo foi feita a figura (3.2). Nesta figura é possível observar que o ponto onde a amplitude na variação do semi-eixo maior é praticamente nula ocorre no período próximo ao período orbital da Terra, que, neste caso, é o mesmo do Sol, pois o sistema em questão está sendo considerado geocêntrico. Portanto, a figura apresenta cinco ciclos orbitais do Sol. A evolução do semi-eixo maior pode ser dividida em três componentes: a variação secular, a variação de longo período e a de curto período. A variação secular do semi-eixo maior orbital é representada pela reta tracejada nesta figura. A variação de longo período ocorre ao longo do período orbital do Sol e a variação de curto período, que é o comportamento oscilatório para a variação do semi-eixo maior, ocorre ao longo do período orbital da partícula.

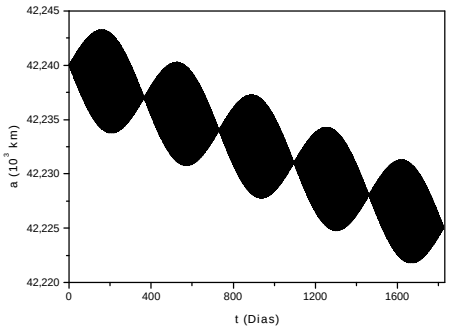

Figura 3.2 – *Variação do semi-eixo maior ao longo do tempo para uma partícula de semi-eixo maior inicial de 42.240 km. Nesta figura é possível observar a variação de longo período do semi-eixo maior relacionada ao período orbital do Sol e a variação secular do semi-eixo maior representada pela reta tracejada.*

A variação secular do semi-eixo orbital por um período orbital do Sol considerando a_0, semi-eixo maior inicial da partícula, de 42.240 quilômetros é de

aproximadamente 3,0 km/ano, como é mostrado na figura (3.3). Neta figura pode-se ainda, observar, a variação de longo período associada ao período orbital do Sol. Em que, no instante $t = 0$, e para o valor de a_0 considerado, o Sol encontra-se alinhado com o planeta e a partícula sendo que, esta configuração, repete-se após aproximadamente um período orbital do Sol.

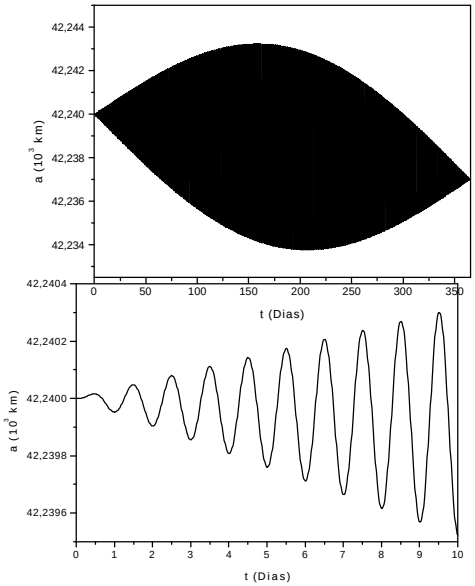

Figura 3.3 – *Variação do semi-eixo maior ao longo do tempo. O semi-eixo maior inicial considerado foi de 42.2400 quilômetros. Nesta figura é possível observar que a variação secular do semi-eixo orbital da partícula é aproximadamente 3,0 km /ano.*

Figura 3.4 – *Ampliação da figura (3.3). O semi-eixo maior inicial considerado foi de 42.240 quilômetros. Nesta figura é possível observar os efeitos de curto período.*

Para visualizar os efeitos de curto período que estão associados ao comportamento oscilatório na variação do semi-eixo maior para um período orbital da partícula foi feita uma ampliação na figura (3.3). Esta ampliação está apresentada na figura (3.4) para 10 dias de integração numérica. Quando a partícula re-emite, em média, na mesma direção, mas em sentido contrário ao do fluxo solar esta sofre um arrasto máximo. Portanto, nesta figura, existem pontos de máximo e mínimo para a amplitude da variação do semi-eixo maior. O ponto de máxima amplitude de oscilação, por exemplo, após 9 dias é de aproximadamente 42.2403 *km* e o ponto de mínimo é de aproximadamente 42.2305 *km*.

Diante dos resultados numéricos do decaimento orbital para partículas sujeitas ao arrasto de Poynting-Robertson procurou-se uma forma de se comparar estes resultados com os obtidos analiticamente. A equação analítica utilizada, bem como a comparação entre os resultados analítico e numérico, é apresentada na seção seguinte.

4 – Decaimento do Semi-Eixo Maior

A variação do semi-eixo maior orbital de uma partícula planetocêntrica em órbita circular é dada por [5]:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{2}{3}\frac{a}{t_{pr}} \tag{4.1}$$

em que a é o semi-eixo maior da partícula e t_{pr} é o tempo de decaimento da partícula e é dado por

$$t_{pr} = \frac{R^2 c}{3bGM} \tag{4.2}$$

Na figura (4.1) é apresentada à comparação entre os resultados analíticos e os numéricos. Nesta figura a partícula tem o semi-eixo maior inicial de 42.240 quilômetros. A curva tracejada nesta figura representa o resultado numérico, enquanto a curva cheia representa o resultado analítico. Observe que os resultados numéricos e analíticos apresentam valores próximos ao considerar tamanhos de partículas na faixa de 1,0 a 10 mm só divergindo para valores menores que 1,0 mm. Estes resultados são consistentes, visto que no modelo adotado de Burns et al. (1979) [2] o valor de b é válido somente considerando partículas na faixa de 1,0 a 10,0 mm.

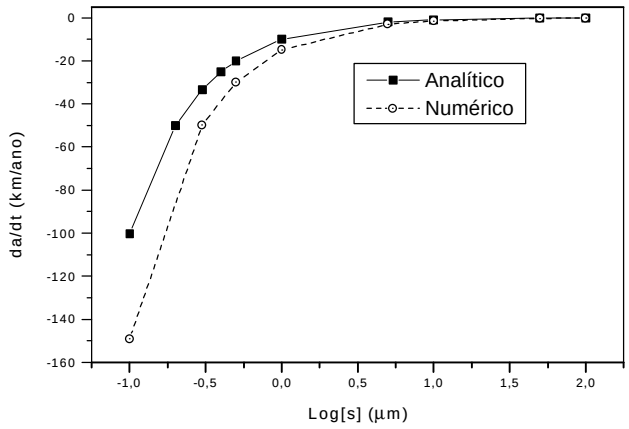

Figura 4.1 – *Comparação dos resultados analítico e numérico para a taxa de variação do semi-eixo maior em termos do tamanho da partícula. Os dados iniciais considerados foram: semi-eixo maior de 42.240 quilômetros e órbitas circulares. A partícula está sujeita ao arrasto de Poynting-Robertson.*

5 – Discussão dos Resultados

Após a obtenção dos resultados das simulações numéricas para partículas sujeitas ao efeito do arrasto de Poynting-Robertson considerando apenas órbitas circulares pode-se observar que ao considerar uma nuvem de partículas podem existir regiões com maior ou menor densidade de partículas num dado instante. Com isso, o arrasto de Poynting-Robertson define estruturas na evolução orbital.

O efeito de curto período que está associado ao comportamento oscilatório na variação do semi-eixo maior para um período orbital da partícula apresenta pontos de máximo e mínimo para a amplitude da variação do semi-eixo maior. A variação de longo período do semi-eixo maior se repete em um período próximo ao período orbital da Terra, que, neste caso, é o mesmo do Sol, pois o sistema em questão está sendo considerado geocêntrico. A variação secular do semi-eixo maior provoca o decaimento orbital da partícula.

A comparação entre os resultados numérico e analítico mostra que apresentam valores próximos para tamanhos de partículas na faixa de 1,0 a 10,0 mm, divergindo para outros tamanhos de partículas devido à limitação da escolha do valor do parâmetro b.

Agradecemos à FAPESP/CAPES/CNPq pelo suporte financeiro.

6 – Bibliografia

[1] Alexander, K.; Kimura, H.; Mann, I., 1998. "Dinâmics of Dust near the Sun". *Icarus*, Vol.**134**, pp. 311-327.
[2] Burns, J.A.; Lamy, P.L.; Soter, S., 1979. "Radiation Forces on Small Particles in the Solar System". *Icarus*, Vol.**40**, pp. 1- 48.
[3] Hamilton, D.P., 1993. "Motion of Dust in a Planetary Magnetosphere: Orbit-Averaged Equations for Oblateness, Electromagnetic and Radiation Force with Application to Saturn's E Ring". *Icarus*, Vol. **101**, pp. 244-264.
[4] Hamilton, D.P.; Burns, J.A., 1992. "Orbital Stability Zones about Asteroids – II. The Destabilizing Effects of Eccentric Orbits and of Solar Radiation". *Icarus*, Vol. **96**, pp**.** 43-64**.**
[5] Mignard, F., 1991. "Effects of Radiation Forces on Dust Particles in Planetary Rings". *Phys. Dyn. Minor Bodies (Goutelas 91)*, pp. 419 – 451.
[6] Weidenschilling, S.J.; Jackson, A.A., 1993. "Orbital resonances and Poynting-Robertson Drag". *Icarus*, Vol. **104**, pp. 244-254.